

Graph der ersten Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_077

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)

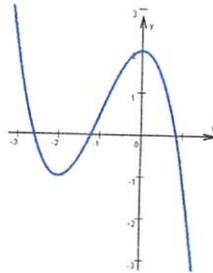
Grundkompetenz: AN 3.2

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion f .



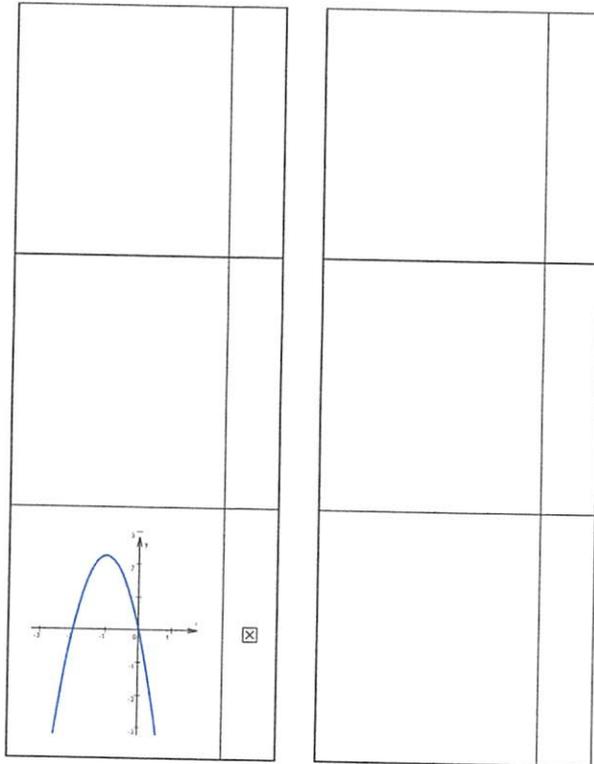
Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Abbildungen beschreibt den Graphen der ersten Ableitungsfunktion der Funktion f ?

Kreuzen Sie die zutreffende Abbildung an!

	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>

Lösungsweg



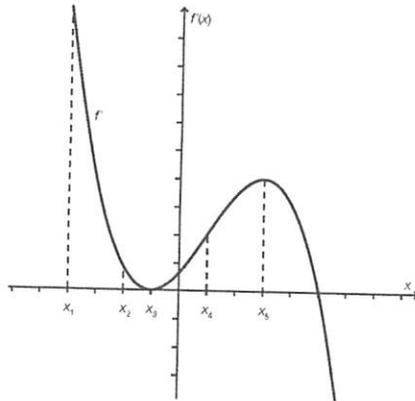
Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Abbildung angekreuzt ist.

Funktion – Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_033		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)		Grundkompetenz: AN 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	

In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle x_5 eine horizontale Tangente.	<input type="checkbox"/>
Es gibt eine Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' , deren Graph durch den Punkt $P = (0 0)$ verläuft.	<input type="checkbox"/>
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' ist im Intervall $[x_1; x_2]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' ist im Intervall $[x_3; x_4]$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktionswerte $f(x)$ jeder Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' sind für $x \in [x_3; x_5]$ stets positiv.	<input type="checkbox"/>

Lösungsweg

Es gibt eine Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' , deren Graph durch den Punkt $P = (0 0)$ verläuft.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' ist im Intervall $[x_3; x_4]$ streng monoton steigend.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Gleiche Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_035

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: AN 3.2

keine Hilfsmittel
erforderlich

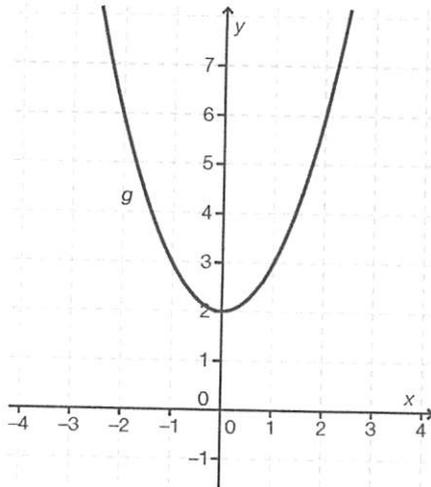
gewohnte Hilfsmittel
möglich

besondere Technologie
erforderlich

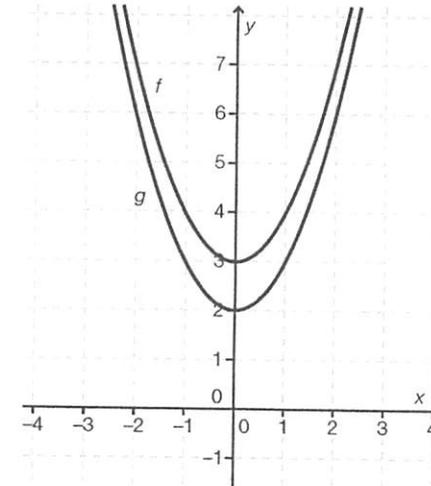
In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Funktion g dargestellt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im vorgegebenen Koordinatensystem den Graphen einer Funktion f ($f \neq g$) ein, die die gleiche Ableitungsfunktion wie die Funktion g hat!



Möglicher Lösungsweg



Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn der Graph von f erkennbar durch eine Verschiebung in Richtung der y -Achse aus dem Graphen von g entsteht.

Wendepunkt		
Aufgabennummer: 1_037		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$ sowie die Gleichung der dritten Ableitungsfunktion $f'''(x) = \frac{3}{2} \neq 0$.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion f!</p>		

Möglicher Lösungsweg
$f''(x) = \frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2$ $f(-2) = \frac{1}{4} \cdot (-8) + \frac{3}{2} \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 5 = 1 \Rightarrow$ <p>Die Koordinaten des Wendepunktes lauten daher $W = (-2 1)$.</p>
Lösungsschlüssel
<p>Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn beide Koordinaten des Wendepunktes korrekt angegeben sind.</p>

Steigung einer Funktion

Aufgabennummer: 1_036		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: AN 3,3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	
Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$.			
Aufgabenstellung:			
Berechnen Sie den Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle $x = 2$!			

Möglicher Lösungsweg

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$$

$$f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = 13$$

Der Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle $x = 2$ ist 13.

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn der Wert der Steigung (13) richtig berechnet ist.

Berührung zweier Funktionsgraphen		
Aufgabennummer: 1_078		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)		Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Die Graphen zweier Funktionen f und g berühren einander im Punkt $P = (x_1 y_1)$. Für die Funktion f gilt: Die Tangente in P schließt mit der x-Achse einen Winkel von 45° ein und hat einen positiven Anstieg.</p> <p>Aufgabenstellung: Welche der angeführten Aussagen folgen jedenfalls aus diesen Bedingungen? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!</p>		
$f(x_1) = g(x_1)$	<input type="checkbox"/>	
$f'(x_1) = g(x_1)$	<input type="checkbox"/>	
$f(x_1) = 1$	<input type="checkbox"/>	
$g'(x_1) = 1$	<input type="checkbox"/>	
$f'(x_1) = g'(x_1) = -1$	<input type="checkbox"/>	

Lösungsweg	
$f(x_1) = g(x_1)$	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
$g'(x_1) = 1$	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel	
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.	

Wendestelle

Aufgabennummer: 1_034	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich
<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	

Ein Becken wird mit Wasser gefüllt. Die in das Becken zufließende Wassermenge, angegeben in m^3 pro Stunde, kann im Intervall $[0; 8)$ durch die Funktion f beschrieben werden. Die Funktion f hat an der Stelle $t = 4$ eine Wendestelle.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

An der Stelle $t = 4$ geht die Linkskrümmung ($f''(t) > 0$) in eine Rechtskrümmung ($f''(t) < 0$) über.	<input type="checkbox"/>
An der Stelle $t = 4$ geht die Rechtskrümmung ($f''(t) < 0$) in eine Linkskrümmung ($f''(t) > 0$) über.	<input type="checkbox"/>
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion f an der Stelle 4 ist null.	<input type="checkbox"/>
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$.	<input type="checkbox"/>
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	<input type="checkbox"/>

Lösungsweg

An der Stelle $t = 4$ geht die Rechtskrümmung ($f''(t) < 0$) in eine Linkskrümmung ($f''(t) > 0$) über.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion f an der Stelle 4 ist null.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Lokales Maximum*

Aufgabennummer: 1_146		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext		Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	

Gegeben ist eine Polynomfunktion f .

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satz-teile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ① ist und ② ist, besitzt die gegebene Funktion f an der Stelle x_1 ein lokales Maximum.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">①</th></tr> <tr><td>$f'(x_1) < 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$f'(x_1) = 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$f'(x_1) > 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	①		$f'(x_1) < 0$	<input type="checkbox"/>	$f'(x_1) = 0$	<input type="checkbox"/>	$f'(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">②</th></tr> <tr><td>$f''(x_1) < 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$f''(x_1) = 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$f''(x_1) > 0$</td><td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	②		$f''(x_1) < 0$	<input type="checkbox"/>	$f''(x_1) = 0$	<input type="checkbox"/>	$f''(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>
①																	
$f'(x_1) < 0$	<input type="checkbox"/>																
$f'(x_1) = 0$	<input type="checkbox"/>																
$f'(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>																
②																	
$f''(x_1) < 0$	<input type="checkbox"/>																
$f''(x_1) = 0$	<input type="checkbox"/>																
$f''(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>																

Lösungsweg

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">①</th></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>$f'(x_1) = 0$</td><td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	①				$f'(x_1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">②</th></tr> <tr><td>$f''(x_1) < 0$</td><td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	②		$f''(x_1) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>				
①																	
$f'(x_1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>																
②																	
$f''(x_1) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>																

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken jeweils der richtige Satzteil angekreuzt ist.

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

Pflanzenwachstum*												
Aufgabennummer: 1_147	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>											
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3											
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich										
<p>Die Höhe h (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) wurde über einen längeren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen h_1 (für Pflanze 1), h_2 (für Pflanze 2) und h_3 (für Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen h_1, h_2 und h_3.</p>												
<p>Aufgabenstellung:</p> <p>Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!</p>												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.</td> <td style="text-align: center; width: 50px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall $[11; 13]$ ab.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Während des Beobachtungszeitraums $[0; 17]$ nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input type="checkbox"/>	Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall $[11; 13]$ ab.	<input type="checkbox"/>	Während des Beobachtungszeitraums $[0; 17]$ nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	<input type="checkbox"/>	Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$.	<input type="checkbox"/>	Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input type="checkbox"/>											
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall $[11; 13]$ ab.	<input type="checkbox"/>											
Während des Beobachtungszeitraums $[0; 17]$ nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	<input type="checkbox"/>											
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$.	<input type="checkbox"/>											
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$.	<input type="checkbox"/>											

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

Lösungsweg	
Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$.	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel
Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Funktionseigenschaften*

Aufgabennummer: 1_149

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

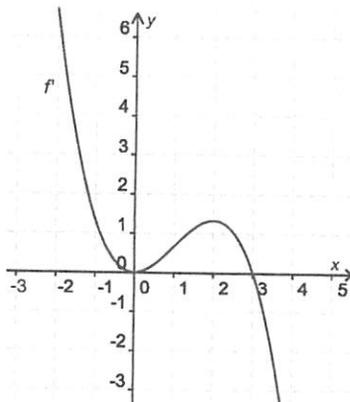
Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $[2; 5]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $[-2; 0]$ links gekrümmt.	<input type="checkbox"/>

Lösungsweg

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung*		
Aufgabennummer: 1_150		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)		Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit den Parametern $a \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Die Funktion f hat einen Hochpunkt im Punkt $H = (2 2)$ und einen Wendepunkt an der Stelle $x_2 = -1$. An der Stelle $x_3 = 3$ hat die Steigung der Funktion den Wert -9.</p>		
<p>Aufgabenstellung:</p> <p>Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!</p>		
$f'(3) = -9$	<input type="checkbox"/>	
$f(2) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f''(-1) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f'(2) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f''(2) = 0$	<input type="checkbox"/>	

Lösungsweg	
$f'(3) = -9$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(-1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel	
Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.	

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/noda/2389>) entnommen.

Monotonie*		
Aufgabennummer: 1_154	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$.		
Aufgabenstellung:		
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!		
Die Funktion f ist im Intervall $[2; 3]$ <u>①</u> , weil <u>②</u> .		
①	②	
streng monoton fallend <input type="checkbox"/>	für alle $x \in [2; 3]$ $f''(x) > 0$ gilt <input type="checkbox"/>	
konstant <input type="checkbox"/>	für alle $x \in [2; 3]$ $f'(x) > 0$ gilt <input type="checkbox"/>	
streng monoton steigend <input type="checkbox"/>	es ein $x \in [2; 3]$ mit $f'(x) = 0$ gibt <input type="checkbox"/>	

Lösungsweg	
①	②
	für alle $x \in [2; 3]$ $f'(x) > 0$ gilt <input checked="" type="checkbox"/>
streng monoton steigend <input checked="" type="checkbox"/>	

Lösungsschlüssel
Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken jeweils der richtige Satzteil angekreuzt ist.

* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

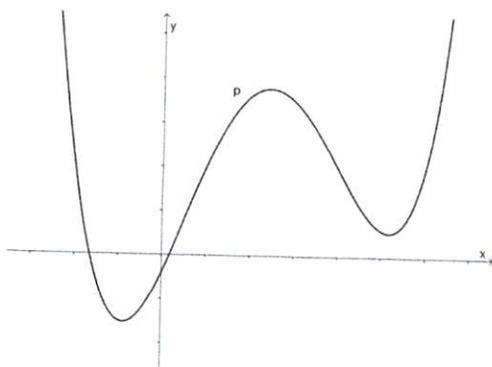
Charakteristika einer Polynomfunktion																		
Aufgabennummer: 1_165		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>																
Aufgabenformat: Lückentext		Grundkompetenz: AN 3.3																
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich																
<p>Von einer Polynomfunktion f ist Folgendes bekannt: $f(2) = 0$, $f'(2) = 0$ und $f''(2) = 1$.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Textbausteine so, dass eine korrekte Aussage entsteht!</p> <p>f hat an der Stelle _____ ① _____ sicher _____ ② _____.</p>																		
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">①</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x = 0$</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$x = 1$</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>$x = 2$</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		①		$x = 0$	<input type="checkbox"/>	$x = 1$	<input type="checkbox"/>	$x = 2$	<input type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">②</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ein lokales Minimum</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>ein lokales Maximum</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>eine Wendestelle</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	②		ein lokales Minimum	<input type="checkbox"/>	ein lokales Maximum	<input type="checkbox"/>	eine Wendestelle	<input type="checkbox"/>
①																		
$x = 0$	<input type="checkbox"/>																	
$x = 1$	<input type="checkbox"/>																	
$x = 2$	<input type="checkbox"/>																	
②																		
ein lokales Minimum	<input type="checkbox"/>																	
ein lokales Maximum	<input type="checkbox"/>																	
eine Wendestelle	<input type="checkbox"/>																	

Lösungsweg																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">①</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$x = 2$</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	①						$x = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">②</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ein lokales Minimum</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	②		ein lokales Minimum	<input checked="" type="checkbox"/>				
①																	
$x = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>																
②																	
ein lokales Minimum	<input checked="" type="checkbox"/>																
Lösungsschlüssel																	
<p>Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken ausschließlich der jeweils richtige Satzteil angekreuzt ist.</p>																	

Kennzeichnung von x-Werten

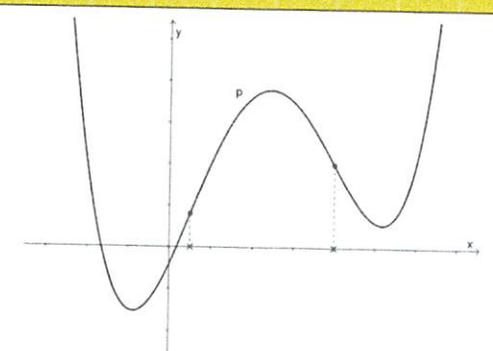
Aufgabennummer: 1_168	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich
<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion p vierten Grades.



Aufgabenstellung:
 Kennzeichnen Sie alle Stellen auf der x-Achse, für die $p''(x) = 0$ gilt!

Möglicher Lösungsweg



Lösungsschlüssel

Ein Punkt, falls auf der x-Achse die beiden Wendestellen markiert sind; Toleranz: \pm halbe Einheit (laut Skalierung).

Wachstumsgeschwindigkeit																		
Aufgabennummer: 1_180	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>																	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.3																	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich																
<p>Das Wachstum einer Bakterienkultur wird durch eine Funktion N beschrieben. Dabei gibt $N(t)$ die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t (t in Stunden) an.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!</p> <p>Wenn <u> </u> ^① <u> </u> positiv sind, erfolgt das Bakterienwachstum im Intervall $[a; b]$ <u> </u> ^② <u> </u>.</p>																		
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">①</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">die Funktionswerte $N(t)$ für $t \in [a; b]$</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">die Funktionswerte $N'(t)$ für $t \in [a; b]$</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		①		die Funktionswerte $N(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>	die Funktionswerte $N'(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>	die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">②</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">immer schneller</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">immer langsamer</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">gleich schnell</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	②		immer schneller	<input type="checkbox"/>	immer langsamer	<input type="checkbox"/>	gleich schnell	<input type="checkbox"/>
①																		
die Funktionswerte $N(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>																	
die Funktionswerte $N'(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>																	
die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$	<input type="checkbox"/>																	
②																		
immer schneller	<input type="checkbox"/>																	
immer langsamer	<input type="checkbox"/>																	
gleich schnell	<input type="checkbox"/>																	

Lösungsweg																	
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">①</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;"> </td> <td style="padding: 2px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> </td> <td style="padding: 2px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	①						die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$	<input checked="" type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">②</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">immer schneller</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> </td> <td style="padding: 2px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> </td> <td style="padding: 2px;"> </td> </tr> </tbody> </table>	②		immer schneller	<input checked="" type="checkbox"/>				
①																	
die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$	<input checked="" type="checkbox"/>																
②																	
immer schneller	<input checked="" type="checkbox"/>																
Lösungsschlüssel																	
<p>Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken ausschließlich der jeweils richtige Satzteil angekreuzt ist.</p>																	

Sprungchance

Aufgabennummer: 1_181

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

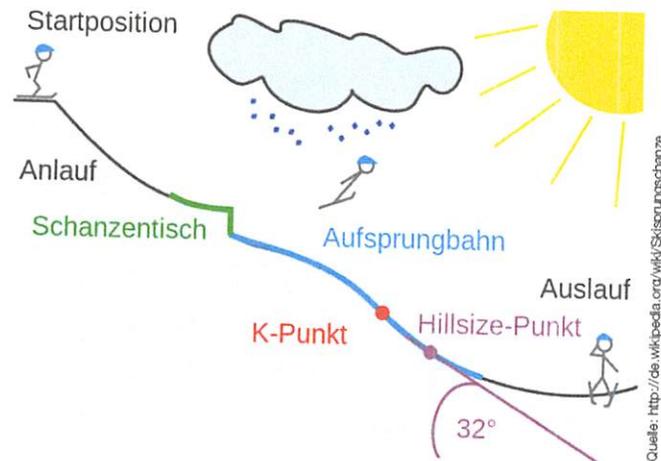
Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

In der nachstehenden Abbildung ist der Längsschnitt einer Skisprungchance samt Aufsprungbahn und Auslauf dargestellt.



In einem Koordinatensystem mit horizontaler x -Achse sei der Längsschnitt der Aufsprungbahn der Graph der Funktion a . Die steilste Stelle der Aufsprungbahn befindet sich am K-Punkt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Am K-Punkt gilt: $a''(x) < 0$.	<input type="checkbox"/>
Der K-Punkt ist Wendepunkt der Funktion a .	<input type="checkbox"/>
Der K-Punkt ist ein Extrempunkt mit $a'(x) = 0$.	<input type="checkbox"/>
Der K-Punkt ist ein Sattelpunkt.	<input type="checkbox"/>
Am K-Punkt ändert sich die Krümmung des Graphen der Funktion a .	<input type="checkbox"/>

Lösungsweg

Der K-Punkt ist Wendepunkt der Funktion a .

Am K-Punkt ändert sich die Krümmung des Graphen der Funktion a .

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

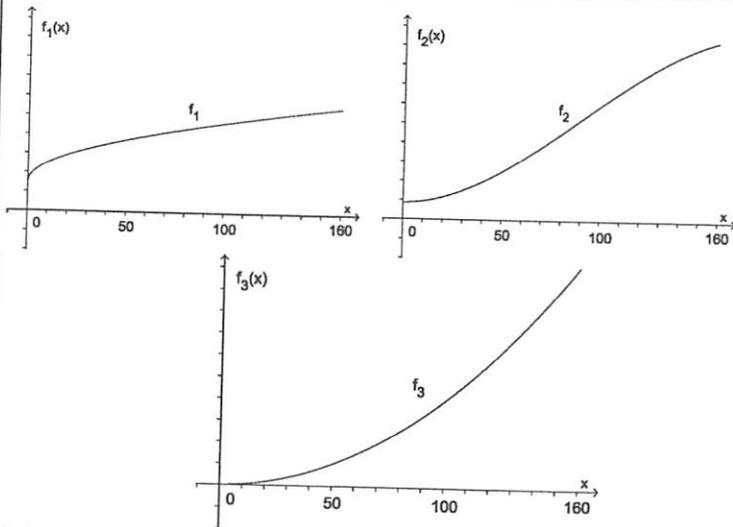
Ableitungsfunktionen

Aufgabennummer: 1_182 Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5) Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich gewohnte Hilfsmittel möglich besondere Technologie erforderlich

Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von drei Funktionen f_1 , f_2 , f_3 im Intervall $[0; 160]$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Funktionswerte von f_1' sind im Intervall $[0; 160]$ negativ.	<input type="checkbox"/>
Der Wert des Differenzialquotienten von f_3 wächst im Intervall $[0; 160]$ mit wachsendem x .	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f_2'' hat im Intervall $(0; 160)$ genau eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktionswerte von f_3'' sind im Intervall $[0; 160]$ negativ.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f_1' ist im Intervall $[0; 160]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>

Lösungsweg

Der Wert des Differenzialquotienten von f_3 wächst im Intervall $[0; 160]$ mit wachsendem x .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f_2'' hat im Intervall $(0; 160)$ genau eine Nullstelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f_1' ist im Intervall $[0; 160]$ streng monoton fallend.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

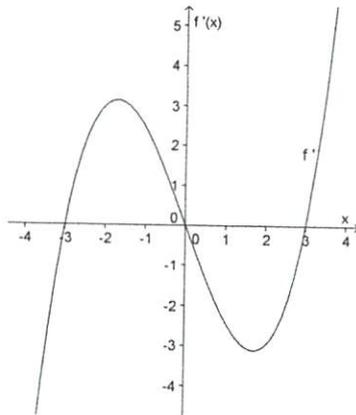
Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_031 Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5) Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich gewohnte Hilfsmittel möglich besondere Technologie erforderlich

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 4]$ drei lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $(2; 3)$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f'' hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ ein lokales Minimum.	<input type="checkbox"/>

Lösung

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 4]$ drei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f'' hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lokale Eigenschaften einer Funktion

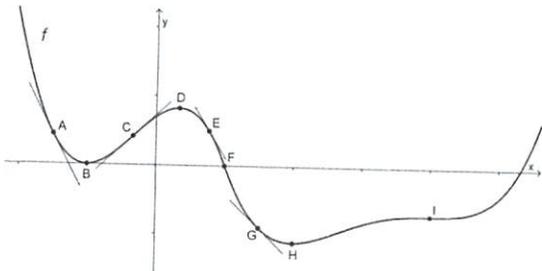
Aufgabennummer: 1_226 Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Zuordnungsformat Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich gewohnte Hilfsmittel möglich besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph einer Funktion f .

Die eingezeichneten Punkte A, B, C, D, E, F, G, H und I liegen auf dem Funktionsgraphen; weiters sind die Tangenten in A, C, E und G eingetragen; in B, D, H und I ist die Tangente horizontal (waagrecht).



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den angegebenen Eigenschaften jeweils einen der markierten Punkte zu!

$f(x) > 0, f'(x) = 0, f''(x) < 0$	
$f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) = 0$	
$f(x) = 0, f'(x) = 0, f''(x) > 0$	
$f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$	

A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F

Lösungsweg

$f(x) > 0, f'(x) = 0, f''(x) < 0$	D
$f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) = 0$	C
$f(x) = 0, f'(x) = 0, f''(x) > 0$	B
$f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$	A

A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn alle Punkte korrekt zugeordnet wurden.

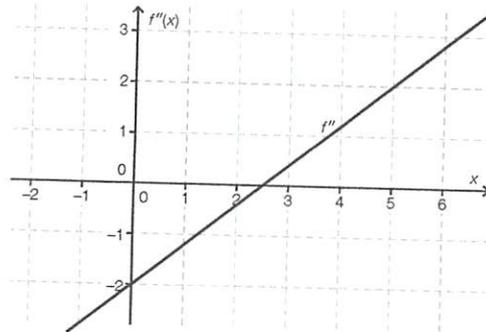
Kostenkehre		
Aufgabennummer: 1_311		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: AN 3.3
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>In einem Betrieb können die Kosten zur Herstellung eines Produkts in einem bestimmten Intervall näherungsweise durch die Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ beschrieben werden ($K(x)$ in €, x in mg).</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Begründen Sie, warum es bei dieser Modellierung durch eine Polynomfunktion dritten Grades genau eine Stelle gibt, bei der die Funktion von einem degressiven Kostenverlauf in einen progressiven Kostenverlauf übergeht!</p>		

Möglicher Lösungsweg
<p>Der Übergang von einem degressiven in einen progressiven Kostenverlauf (die Kostenkehre) der Funktion K wird durch $K''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ berechnet.</p> <p>$6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ ist (für $a > 0$) eine lineare Gleichung mit genau einer Lösung bei $x = -\frac{b}{3 \cdot a}$, wobei $K'''(-\frac{b}{3 \cdot a}) = 6 \cdot a \neq 0$.</p> <p>Daraus folgt, dass es nur eine Kostenkehre gibt.</p>
Lösungsschlüssel
<p>Der Punkt ist genau dann zu geben, wenn eine der Lösungserwartung (sinngemäß) entsprechende Erklärung gegeben wurde.</p>

Zweite Ableitung einer Funktion

Aufgabennummer: 1_300		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)		Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f'' einer Polynomfunktion f dargestellt:



Aufgabenstellung:

Welche Aussage lässt sich aus dieser Information eindeutig schließen?
 Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ändert im Intervall $[-1; 1]$ ihr Monotonieverhalten.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion f ist im Intervall $[-1; 1]$ rechts gekrümmt (negativ gekrümmt).	<input type="checkbox"/>

Lösung

Der Graph der Funktion f ist im Intervall $[-1; 1]$ rechts gekrümmt (negativ gekrümmt).	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

Eigenschaften einer Polynomfunktion		
Aufgabennummer: 1_312	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Eine Polynomfunktion dritten Grades f hat die Gleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.		
Aufgabenstellung:		
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!		
Die Funktion f besitzt genau eine _____ ① _____, weil es genau ein $x \in \mathbb{R}$ gibt, für das _____ ② _____ gilt.		
①	②	
Nullstelle <input type="checkbox"/>	$f(x) = 0$ und $f'(x) \neq 0$ <input type="checkbox"/>	
lokale Extremstelle <input type="checkbox"/>	$f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$ <input type="checkbox"/>	
Wendestelle <input type="checkbox"/>	$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$ <input type="checkbox"/>	

Lösung	
①	②
Wendestelle <input checked="" type="checkbox"/>	$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$ <input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel
Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Lokale Extrema		
Aufgabennummer: 1_013	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Von einer Polynomfunktion f dritten Grades sind die beiden lokalen Extrempunkte $E_1 = (0 -4)$ und $E_2 = (4 0)$ bekannt.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!</p>		
$f(0) = -4$	<input type="checkbox"/>	
$f'(0) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f(-4) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f'(4) = 0$	<input type="checkbox"/>	
$f''(0) = 0$	<input type="checkbox"/>	

Lösungsweg	
$f(0) = -4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(-4) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(4) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(0) = 0$	<input type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel
Die Aufgabe gilt dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Ermittlung einer Funktionsgleichung

Aufgabennummer: 1_027		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	
<p>Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 + bx + c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f verläuft durch den Ursprung. Die Steigung der Funktion im Ursprung hat den Wert null.</p> <p>Aufgabenstellung: Ermitteln Sie die Werte der Parameter b und c und geben Sie die Gleichung der Funktion f an!</p>			

Möglicher Lösungsweg

Die Funktion f verläuft durch den Koordinatenursprung, daher gilt: $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.
 Die Steigung der Funktion im Koordinatenursprung hat den Wert null, daher gilt:
 $f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$.
 Die gesuchte Funktionsgleichung lautet daher: $f(x) = x^2$.

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn die Funktionsgleichung angegeben ist.