

Schülerarbeit

Aufgabennummer: 1_294

Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: Lückentext

Grundkompetenz: WS 3.4

☒ keine Hilfsmittel
erforderlich

☐ gewohnte Hilfsmittel
möglich

☐ besondere Technologie
erforderlich

Die Spinde einer Schule werden mit Vorhängeschlössern gesichert, die im Eigentum der Schüler/innen stehen. Erfahrungsgemäß müssen 5 % aller Spindschlösser innerhalb eines Jahres aufgebrochen werden, weil die Schlüssel verloren wurden. Ein Schüler berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb eines Jahres von 200 Schlössern mindestens zwölf aufgebrochen werden müssen. Die nachstehenden Aufzeichnungen zeigen seine Vorgehensweise.

$P(X \geq 12)$... Berechnung bzw. Berechnung der Gegen-WSK zu verständlich!

$$\mu = 200 \cdot 0,05 = 10$$

$$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot 0,95} \approx 3,08 > 3 \quad \checkmark$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{11,5 - 10}{3,08} \approx 0,49$$

$$\Phi(0,49) = 0,6879$$

$$\Rightarrow P(X \geq 12) = 1 - 0,6879 \approx 0,3121$$

$$\Rightarrow z_n \approx 31\%$$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Bei der Anzahl der Schlösser, die aufgebrochen werden müssen, handelt es sich um eine ①, und ②.

①		②	
gleichverteilte Zufallsvariable	☐	der Schüler rechnet mit der Normalverteilung, obwohl es nicht zulässig ist	☐
binomialverteilte Zufallsvariable	☐	der Schüler verwechselt den Mittelwert mit dem Erwartungswert, also ist die Aufgabe deshalb nicht richtig gelöst	☐
normalverteilte Zufallsvariable	☐	der Schüler rechnet zulässigerweise mit der Normalverteilung	☐

Lösung

①		②	
binomialverteilte Zufallsvariable	☒		
		der Schüler rechnet zulässigerweise mit der Normalverteilung	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Benutzung des Autos		
Aufgabennummer: 1_319		Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: WS 3,4
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich
Einer Veröffentlichung der Statistik Austria kann man entnehmen, dass von den über 15-Jährigen Österreicherinnen und Österreichern ca. 38,6 % täglich das Auto benutzen (als Lenker/in oder als Mitfahrer/in). Quelle: Statistik Austria (Hrsg.) (2013). Umweltbedingungen, Umweltverhalten 2011. Ergebnisse des Mikrozensus. Wien: Statistik Austria. S. 95. Aufgabenstellung: Es werden 500 über 15-jährige Österreicher/innen zufällig ausgewählt. Geben Sie für die Anzahl derjenigen Personen, die täglich das Auto (als Lenker/in oder als Mitfahrer/in) benutzen, näherungsweise ein um den Erwartungswert symmetrisches Intervall mit 95%iger Wahrscheinlichkeit an!		

Möglicher Lösungsweg
Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der über 15-Jährigen an, die täglich das Auto benutzen. $n = 500$ $p = 0,386 \Rightarrow 1 - p = 0,614$ Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung: $\mu = 193$ $\sigma = \sqrt{500 \cdot 0,386 \cdot 0,614} \approx 10,886$ $2 \cdot \Phi(z) - 1 = D(z) = 0,95 \Rightarrow z \approx 1,96$ $x_{1,2} = \mu \pm z \cdot \sigma \Rightarrow x_1 \approx 171; x_2 \approx 215 \Rightarrow [171; 215]$
Lösungsschlüssel
Ein Punkt für die Angabe eines symmetrischen Lösungsintervalls laut Lösungserwartung. Toleranzintervall für die untere Grenze: [170; 173] Toleranzintervall für die obere Grenze: [213; 216]

Essgewohnheiten		
Aufgabennummer: 1_321		Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offen		Grundkompetenz: WS 4.1
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich
Um die Essgewohnheiten von Jugendlichen zu untersuchen, wurden 400 Jugendliche eines Bezirks zufällig ausgewählt und befragt. Dabei gaben 240 der befragten Jugendlichen an, täglich zu frühstücken. Aufgabenstellung: Berechnen Sie aufgrund des in der Umfrage erhobenen Stichprobenergebnisses ein 99-%-Konfidenzintervall für den tatsächlichen (relativen) Anteil p derjenigen Jugendlichen dieses Bezirks, die täglich frühstücken!		

Möglicher Lösungsweg
Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Jugendlichen, die täglich frühstücken, an. $h = \frac{240}{400} = 0,6$ $2 \cdot \varphi(z) - 1 = D(z) = 0,99 \Rightarrow z \approx 2,58$ $p_{1,2} = 0,6 \pm 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,6 \cdot 0,4}{400}} \Rightarrow p_1 \approx 0,536; p_2 \approx 0,664$ 99-%-Konfidenzintervall: $[0,536; 0,664]$ bzw. $0,6 \pm 0,064$
Lösungsschlüssel
Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn das Konfidenzintervall richtig berechnet wurde. Toleranzintervall für die untere Grenze: $[0,53; 0,54]$ Toleranzintervall für die obere Grenze: $[0,66; 0,67]$

Linkshänder

Aufgabennummer: 1_308		Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)		Grundkompetenz: WS 4.1	
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich	

Bei einer Umfrage in einem Bezirk werden 500 Personen befragt, ob sie Linkshänder sind. Als Ergebnis der Befragung wird das 95-%-Konfidenzintervall $[0,09; 0,15]$ für den Anteil der Linkshänder in der Bezirkszeitung bekanntgegeben.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Aussagen können Sie aufgrund dieses Ergebnisses tätigen? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Ungefähr 60 Personen haben angegeben, Linkshänder zu sein.	☐
Hätte man 10 000 Personen befragt, wäre das 95-%-Konfidenzintervall schmaler geworden.	☐
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn der Anteil der Linkshänder in der Umfrage kleiner gewesen wäre.	☐
Der Anteil der Linkshänder im gesamten Bezirk liegt jedenfalls zwischen 9 % und 15 %.	☐
Das entsprechende 99-%-Konfidenzintervall ist breiter als das 95-%-Konfidenzintervall.	☐

Lösung

Ungefähr 60 Personen haben angegeben, Linkshänder zu sein.	☒
Hätte man 10 000 Personen befragt, wäre das 95-%-Konfidenzintervall schmaler geworden.	☒
	☐
Das entsprechende 99-%-Konfidenzintervall ist breiter als das 95-%-Konfidenzintervall.	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

Konfidenzintervall

Aufgabennummer: 1_190

Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: Zuordnungsformat

Grundkompetenz: WS 4.1

☒ keine Hilfsmittel
erforderlich

☒ gewohnte Hilfsmittel
möglich

☐ besondere Technologie
erforderlich

Von einer Stichprobe sind jeweils der Stichprobenumfang n und die relative Häufigkeit h eines beobachteten Merkmals gegeben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeder Stichprobe das richtige Konfidenzintervall für das vorgegebene Konfidenzniveau γ (Sicherheitsniveau) zu!

$n = 1000$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,60$	
$n = 1000$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,95$	
$n = 500$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,99$	
$n = 1000$ $h = 0,4$ $\gamma = 0,50$	

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungsweg

$n = 1000$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,60$	A
$n = 1000$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,95$	E
$n = 500$ $h = 0,3$ $\gamma = 0,99$	D
$n = 1000$ $h = 0,4$ $\gamma = 0,50$	F

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

Wähleranteil		
Aufgabennummer: 1_239	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 4.1	
☐ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich
Bei einer Stichprobe von $n = 500$ Personen gaben 120 Personen an, sie würden die Partei A wählen. Aufgabenstellung: Geben Sie das 95-%-Konfidenzintervall KI für den Wähleranteil der Partei A an! $KI =$ _____		

Möglicher Lösungsweg
$KI = [0,203; 0,277]$ bzw. $KI = 0,24 \pm 0,037$ Lösungsintervall für die untere Grenze: $[0,20; 0,21]$ Lösungsintervall für die obere Grenze: $[0,27; 0,28]$
Lösungsschlüssel
Die Aufgabe ist richtig gelöst, wenn ein dem Lösungsintervall entsprechendes Konfidenzintervall angegeben ist.

Wahl		
Aufgabennummer: 1_015		Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: WS 4.1
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich
Bei einer Befragung von 2 000 zufällig ausgewählten wahlberechtigten Personen geben 14 % an, dass sie bei der nächsten Wahl für die Partei „Alternatives Leben“ stimmen werden. Aufgrund dieses Ergebnisses gibt ein Meinungsforschungsinstitut an, dass die Partei mit 12 % bis 16 % der Stimmen rechnen kann. Aufgabenstellung: Mit welcher Sicherheit kann man diese Behauptung aufstellen?		

Möglicher Lösungsweg
Konfidenzintervall: $[0,12; 0,16]$ $\mu = n \cdot p = 2\,000 \cdot 0,14 = 280$ $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = 15,5$ $0,16 \cdot 2\,000 = 320$ $320 = 280 + z \cdot 15,5 \rightarrow z = 2,58 \rightarrow \Phi(z) = 0,995$ $2 \cdot \Phi(z) - 1 = 0,99$ Die Behauptung kann mit 99%iger Sicherheit aufgestellt werden.

Lösungsschlüssel
Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der korrekte Prozentwert angegeben ist.