FA 2 Lineare Funktion f(x)=kx+d bzw. f: ax+by=c

Hauptform: f(x)=kx+d **Allgemeine Form:** f: ax+by=c

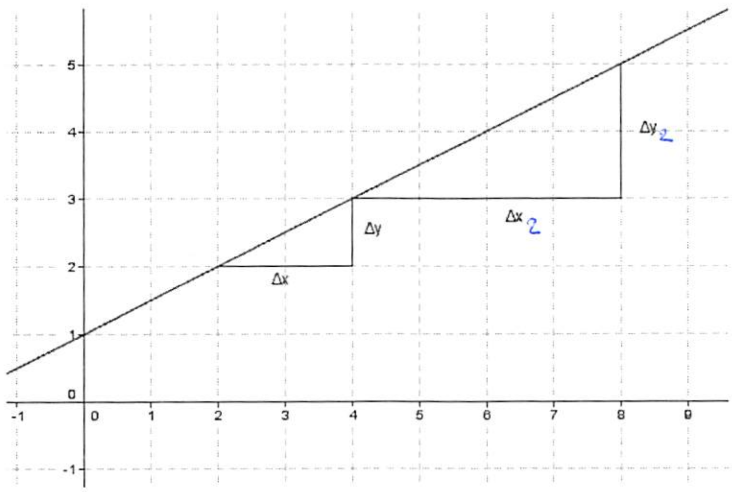
Der **Graph** ist eine Gerade.

f(x) = x unabhängige Variable

Linear bedeutet Grad 1, weil der Exponent der unabhängigen Variable 1 ist.

! **k** = Steigung ! **d** = y-Achsenabschnitt

1. Berechnung von k mittels Steigungsdreieck:



$$\boldsymbol{k = \frac{\Delta y}{\Delta x}} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ (Differenzenquotient)

→ Δx = waagrechter Abstand zwischen zwei Punkten (Differenz/Unterschied der x-Koordinaten)
→ Δy = senkrechter Abstand zwischen zwei Punkten (Differenz/Unterschied der y-Koordinaten)

Hier: k=$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0{,}5$ (egal welches Steigungsdreieck auf einer bestimmen Geraden gewählt wird – die Steigung muss identisch sein)

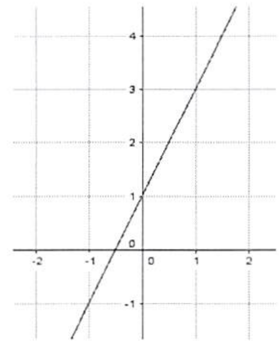
2. Charakteristische Eigenschaften

Angenommen k>0: k positiv
Wenn x um eine Einheit zunimmt, nimmt y=f(x) um k zu. $\rightarrow$ $f(x+1)=f(x)+k$

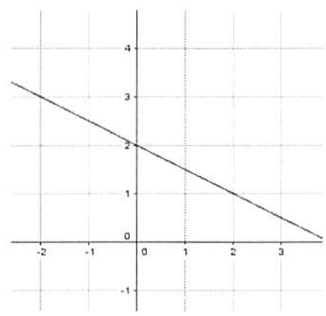
$f(x+1)=f(x)+k$
$f(x+1)-f(x)=k$
$\underbrace{f(x+1)-k=f(x)}$
Stimmt alles, nur umgeformt, ändert sich um k

Angenommen k<0:
Wenn x um eine Einheit zunimmt, nimmt y=f(x) um k ab. $f(x+1)=f(x)-k$

Ist k>0: Gerade ist streng monoton steigend

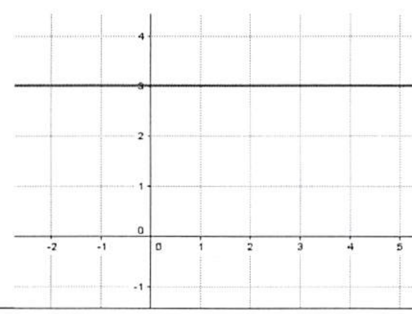


Ist k<0: Gerade ist streng monoton fallend

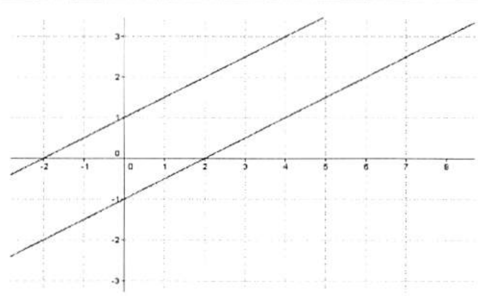


Ist k=0: Gerade hat keine Steigung, ist parallel zur x-Achse und heißt konstante Funktion.

$y=d$



Parallele Geraden haben die gleiche Steigung.



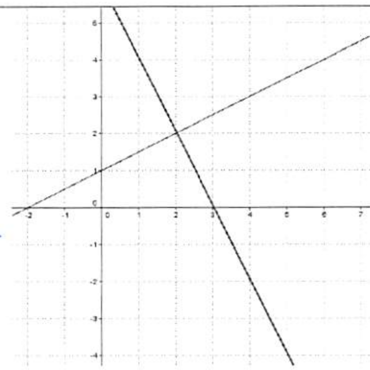
Für zwei normal aufeinander stehende Geraden gilt folgender Zusammenhang:

$k_1 = -\frac{1}{k_2}$

k_1 ... Steigung der einen Geraden

k_2 ...Steigung der anderen Geraden

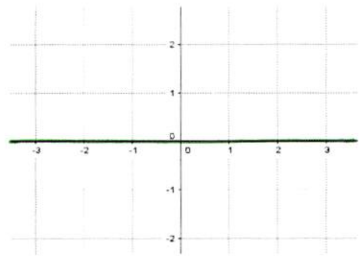
→ Eine Steigung ist der negative Kehrwert der anderen Steigung



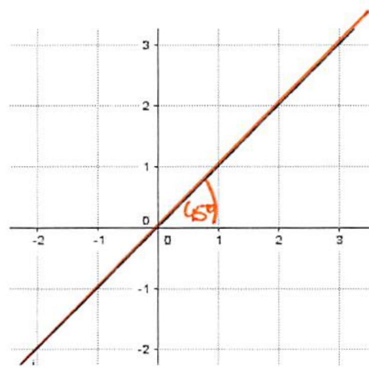
3. Besondere Geraden

f(x)=0 entspricht der x-Achse

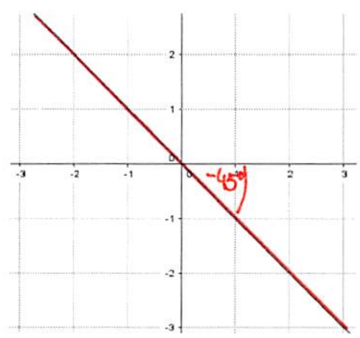
→ unendlich viele Nullstellen



f(x)=x ist die 1. Mediane geht im 45°-Winkel von der x-Achse weg



f(x)=-x ist die 2. Mediane



4. Nullstelle berechnen

f(x)=0 setzen, nach x auflösen. Dieses x ist die Nullstelle.

Der zugehörige Punkt heißt Nullpunkt (x|0)

5. Anwendungsbeispiele für lineare Funktionen

k und d interpretieren:
- Kostenfunktionen: K(x)=kx+d (k variable Kosten, d Fixkosten)
- Wegfunktionen: s(t)=kt+d (k Geschwindigkeit, d zurückgelegter Weg zum Beobachtungsbeginn)

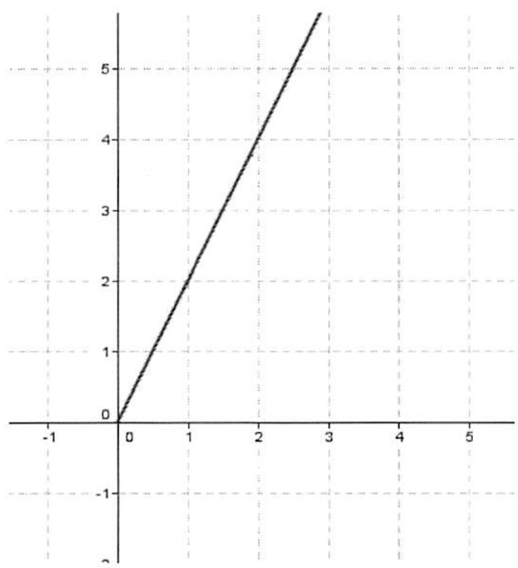
Nullstellen interpretieren:
- Die Funktion h(t) gibt die Höhe zu einem Zeitpunkt t an. (Die Nullstelle entspricht dem Zeitpunkt t, an dem die Höhe null ist.)

Schnittpunkt interpretieren:
- Interpretiere den Schnittpunkt zwischen einer linearen Kostenfunktion K(x) und einer linearen Erlösfunktion E(x), wobei x den produzierten bzw. abgesetzten Mengeneinheiten entspricht. (Die x-Koordinate gibt die **Mengeneinheiten** an, bei denen die Kosten gleich den Erlösen sind. Die y-Koordinate gibt die Höhe **des Erlöses bzw. der Kosten** an der Schnittstelle an).

6. Direkte Proportionalität

Kann der Zusammenhang zwischen zwei Größen x und y in Form von **y=kx** beschrieben werden, handelt es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang zwischen den Größen x und y mit dem Proportionalitätsfaktor $k = \frac{y}{x}$

Graph ist **immer** eine Ursprungsgerade.



Allgemein gilt:
das n-fache von x entspricht dem n-fachen von y.
f(ax)=a ·f(x)

$f(nx) = n \cdot f(x)$