

AG 4 Trigonometrie *Formelheft 8.13*

AG 4.1 Definitionen von Sinus, Cosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen können.

1. Grundlagen

1a.

Hypotenuse:

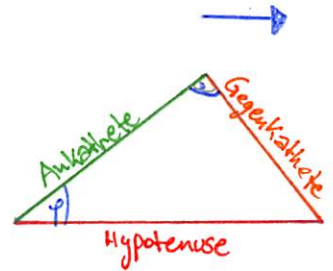
Seite gegenüber vom rechten Winkel (längste Seite)

Gegenkathete:

Seite gegenüber vom gegebenen/gesuchten Winkel

Ankathete:

Seite die dem gegebenen/gesuchten Winkel anliegt



Satz von Pythagoras:

$$\text{Hypotenuse}^2 = \text{Kathete}_1^2 + \text{Kathete}_2^2$$

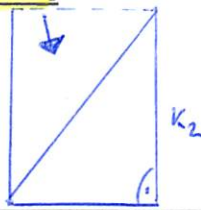
Flächeninhalt:

$$A = \frac{\text{Kathete}_1 \cdot \text{Kathete}_2}{2}$$

1b.

↳ Hälfte eines Rechtecks

Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°.



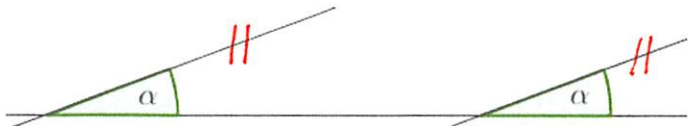
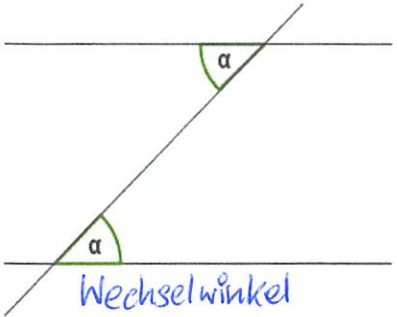
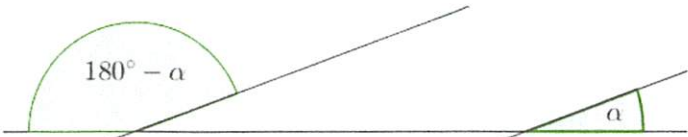
$$C = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$H = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

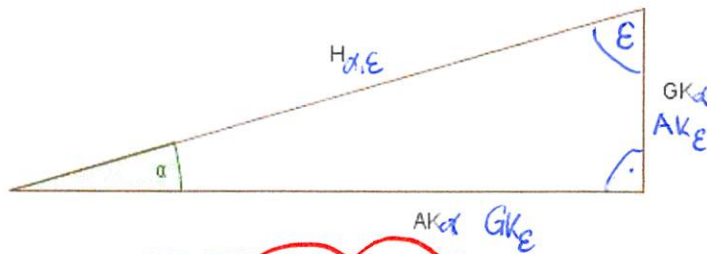
$$k_1 = \sqrt{H^2 - k_2^2}$$

$$k_2 = \sqrt{H^2 - k_1^2}$$

<p><i>Wichtig!</i></p> <p>Komplementwinkel: Winkel, die sich zu 90° ergänzen. <i>↳ $\alpha + \beta = 90^\circ$</i> <i>auch Komplementärwinkel</i> <i>↳ $\alpha = 90^\circ - \beta$</i> <i>↳ $\beta = 90^\circ - \alpha$</i></p>	<p>Komplementwinkel</p>
<p><i>Wichtig!</i></p> <p>Supplementwinkel: Winkel, die sich zu 180° ergänzen. <i>↳ $\alpha + \gamma = 180^\circ$</i> <i>$\gamma = 180^\circ - \alpha$</i> <i>$\alpha = 180^\circ - \gamma$</i></p>	<p>Supplementwinkel</p>
<p><i>Wichtig!</i></p> <p>Scheitelwinkel: Gegenüberliegende Winkel an zwei sich schneidenden Geraden. Scheitelwinkel sind gleich groß. <i>$\alpha = \alpha$</i></p>	<p>Scheitelwinkel</p>
<p><i>Wichtig!</i></p> <p>Nebenwinkel: Benachbarte Winkel an sich zwei schneidenden Geraden. Nebenwinkel sind Supplementwinkel, sie ergänzen sich also zu 180°. <i>↳ $180^\circ - \alpha + \alpha = 180^\circ$</i></p>	<p>Nebenwinkel</p> <p><i>↳ α ist gegeben, also</i></p>

<p>Stufenwinkel: Gleichliegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen. Stufenwinkel sind gleich groß.</p> <p>$\alpha \parallel \alpha$</p>	 <p>The diagram shows two horizontal parallel lines intersected by a transversal line. Red double slashes (//) are drawn on the transversal to indicate it is parallel to itself. Two corresponding angles, one at the top-left and one at the top-right, are both labeled with the Greek letter alpha (α) and are highlighted with green arcs.</p> <p>Stufenwinkel</p>
<p>Wechselwinkel/Z-Winkel: Entgegengesetzt liegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen. Wechselwinkel sind gleich groß.</p> <p>$\alpha = \alpha$</p>	 <p>The diagram shows two horizontal parallel lines intersected by a transversal line. Two alternate angles, one at the top-right and one at the bottom-left, are both labeled with the Greek letter alpha (α) and are highlighted with green arcs.</p> <p>Wechselwinkel</p>
<p>Halbgleichliegende Winkel: Ergänzen sich zu 180°</p> <p>$\alpha + \alpha = 180^\circ$</p>	 <p>The diagram shows two horizontal parallel lines intersected by a transversal line. At the top-left intersection, a large green arc covers the upper half-plane and is labeled $180^\circ - \alpha$. At the bottom-right intersection, a smaller green arc covers the lower-right angle and is labeled α.</p> <p>Halbgleichliegende Winkel</p>

2. Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck für Winkel $< 90^\circ$ (spitze Winkel)



$$\begin{aligned} \tan(\varphi) &= z/x \\ \sin(\varphi) &= x/y \\ \cos(\varphi) &= x/y \\ \sin(\varphi) &= z/y \\ \cos(\varphi) &= z/y \\ \tan(\varphi) &= x/z \end{aligned}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete (GK)}}{\text{Hypotenuse (H)}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete (AK)}}{\text{Hypotenuse (H)}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete (GK)}}{\text{Ankathete (AK)}}$$

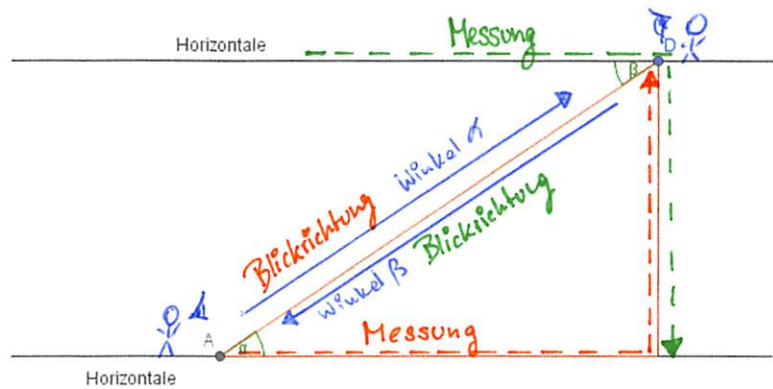
3. Höhenwinkel, Tiefenwinkel und Sehwinkel

α Höhenwinkel:

von der Horizontalen aus nach oben gemessen, hier: α Person schaut von A nach D.

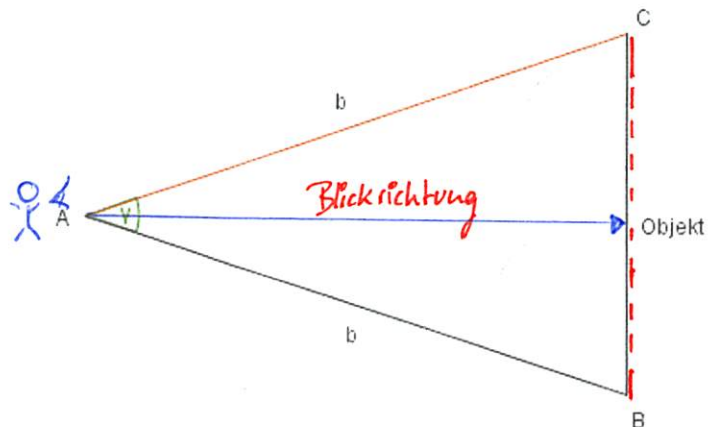
β Tiefenwinkel:

von der Horizontalen aus nach unten gemessen hier: β Person schaut von D nach A.

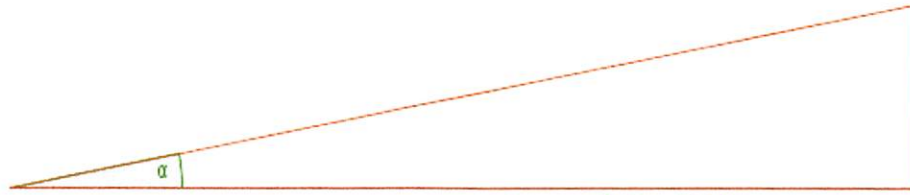


γ Sehwinkel:

Ein Objekt erstreckt sich von B nach C. Person schaut von A auf das Objekt. Die Schenkel b entsprechen beiden Sehstrahlen. Der Winkel γ ist der Sehwinkel.



4. Steigung und Gefälle

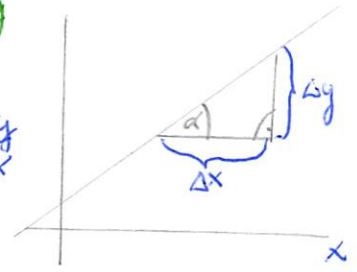


$GK = \Delta y$ Höhenunterschied

$AK = \Delta x$ Waagrechte Entfernung

Steigung = $\frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{waagrechte Entfernung}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{GK}{AK} = \tan \alpha = k$

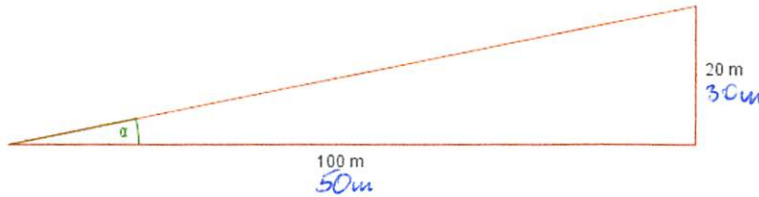
Steigung = $\tan \alpha = \frac{GK}{AK} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



Steigung in Prozent = Steigung $\cdot 100 = k \cdot 100$

! $\tan 45^\circ = 1$, daher bei 45° eine Steigung von $1 = 100\%$

Bsp.: Berechne den Steigungswinkel α

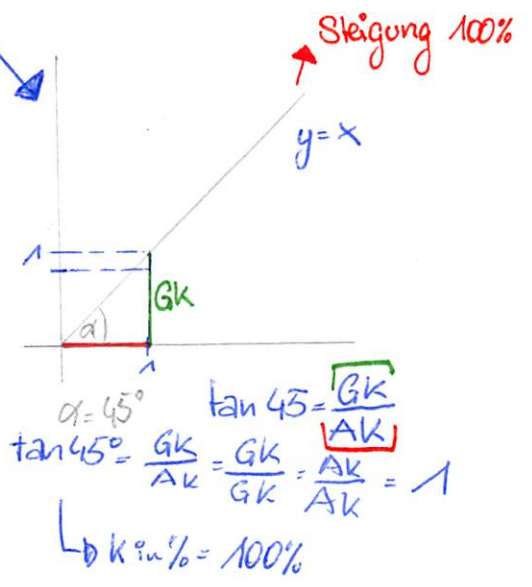


Steigung = $\frac{20}{100} = \frac{GK}{AK} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k = \tan \alpha = 0,2 = 20\%$

Steigungswinkel $\alpha = \arctan(0,2) \approx 11,3^\circ$

Steigung = $\frac{30}{50} = \tan \alpha = 0,6 = 60\%$

Steigungswinkel $\alpha = \arctan(0,6) \approx 30,9^\circ$



$\alpha = 45^\circ$
 $\tan 45^\circ = \frac{GK}{AK} = \frac{GK}{GK} = \frac{AK}{AK} = 1$

$\hookrightarrow k \text{ in } \% = 100\%$

Bogenmaß \rightarrow radian $[0; 2\pi]$

Gradmaß \rightarrow degree $[0^\circ; 360^\circ]$