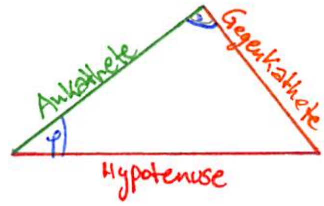
AG 4 Trigonometrie Formelheft S.13

AG 4.1 Definitionen von Sinus, Cosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen können.

1. Grundlagen



1a.

Hypotenuse: Seite gegenüber vom rechten Winkel (längste Seite)

Gegenkathete: Seite gegenüber vom gegebenen/gesuchten Winkel

Ankathete: Seite die dem gegebenen/gesuchten Winkel anliegt

Satz von Pythagoras: $Hypotenuse^2 = Kathete_1^2 + Kathete_2^2$

$C = \sqrt{a^2+b^2}$

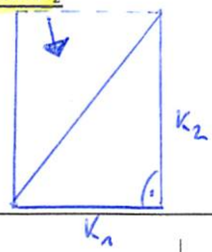
$H = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$

$K_1 = \sqrt{H^2 - K_2^2}$

$K_2 = \sqrt{H^2 - K_1^2}$

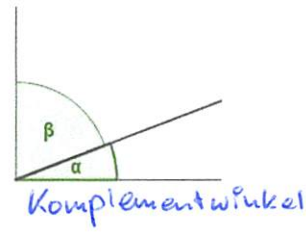
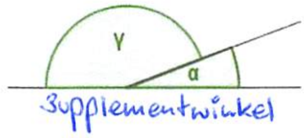
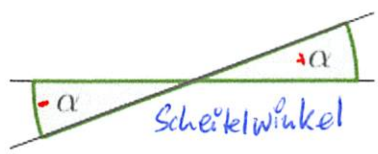
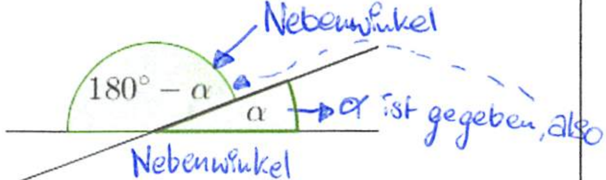
Flächeninhalt: $A = \frac{Kathete_1 \cdot Kathete_2}{2}$

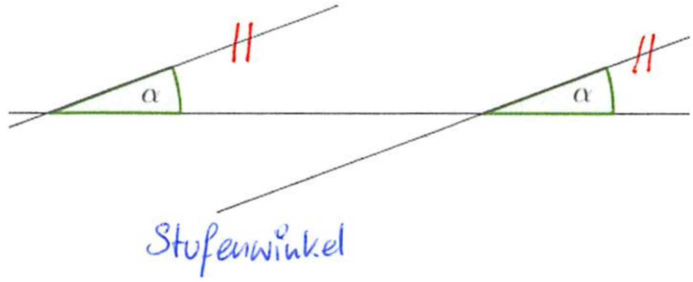
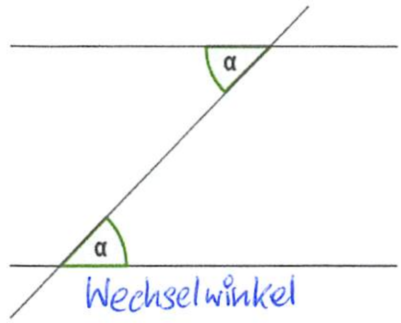
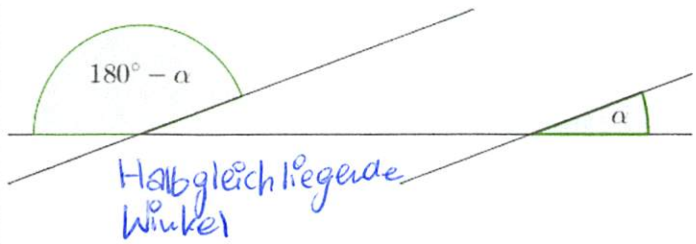
↳ Hälfte eines Rechtecks



1b.

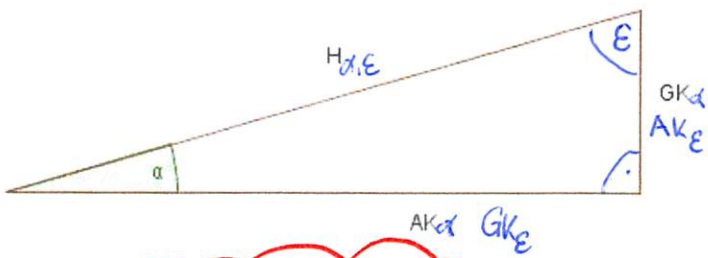
Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°.

wichtig! **Komplementwinkel:** Winkel, die sich zu 90° ergänzen. ↳ $\alpha + \beta = 90°$ auch Komplementärwinkel) ↳ $\alpha = 90° - \beta$ ↳ $\beta = 90° - \alpha$	
wichtig! **Supplementwinkel:** Winkel, die sich zu 180° ergänzen. ↳ $\alpha + \gamma = 180°$ $\gamma = 180° - \alpha$ $\alpha = 180° - \gamma$	
wichtig! **Scheitelwinkel:** Gegenüberliegende Winkel an zwei sich schneidenden Geraden. Scheitelwinkel sind gleich groß. $\alpha = \alpha$	
wichtig! **Nebenwinkel:** Benachbarte Winkel an sich zwei schneidenden Geraden. Nebenwinkel sind Supplementwinkel, sie ergänzen sich also zu 180°. ↳ $180° - \alpha + \alpha = 180°$	

Stufenwinkel: Gleichliegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen. Stufenwinkel sind gleich groß. $\alpha \parallel \alpha$	
Wechselwinkel/Z-Winkel: Entgegengesetzt liegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen. Wechselwinkel sind gleich groß. $\alpha = \alpha$	
Halbgleichliegende Winkel: Ergänzen sich zu 180° $-\alpha + \alpha = 180°$	

2. Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck für Winkel < 90° (spitze Winkel)

$\tan(\varphi) = z/x$
$\sin(\delta) = x/y$
$\cos(\varphi) = x/y$
$\sin(\varphi) = z/y$
$\cos(\delta) = z/y$
$\tan(\delta) = x/z$



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete (GK)}}{\text{Hypotenuse (H)}}$$

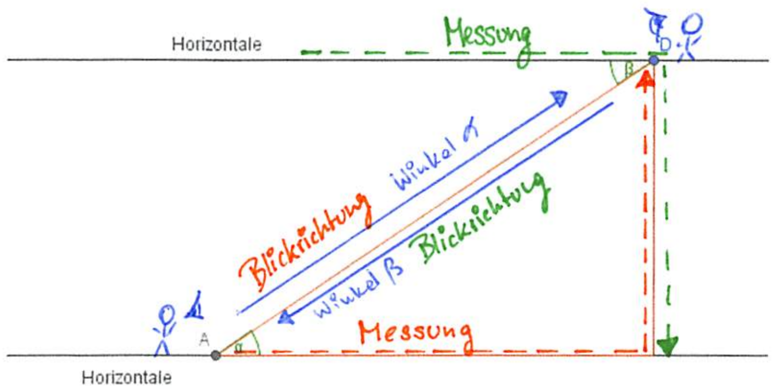
$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete (AK)}}{\text{Hypotenuse (H)}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete (GK)}}{\text{Ankathete (AK)}}$$

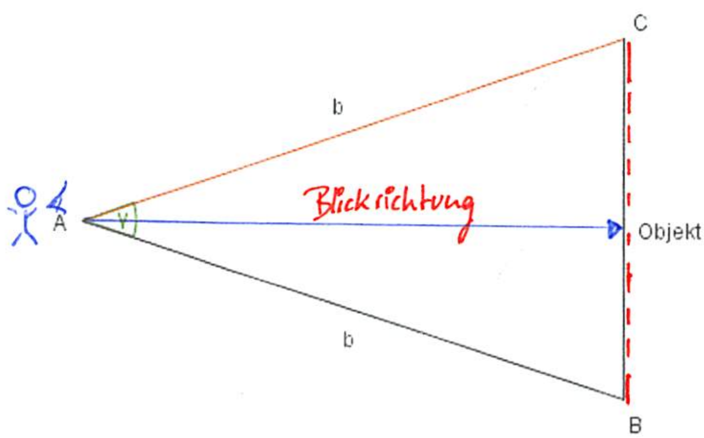
3. Höhenwinkel, Tiefenwinkel und Sehwinkel

α Höhenwinkel:
von der Horizontalen aus
nach oben gemessen, hier: α
Person schaut von A nach D.

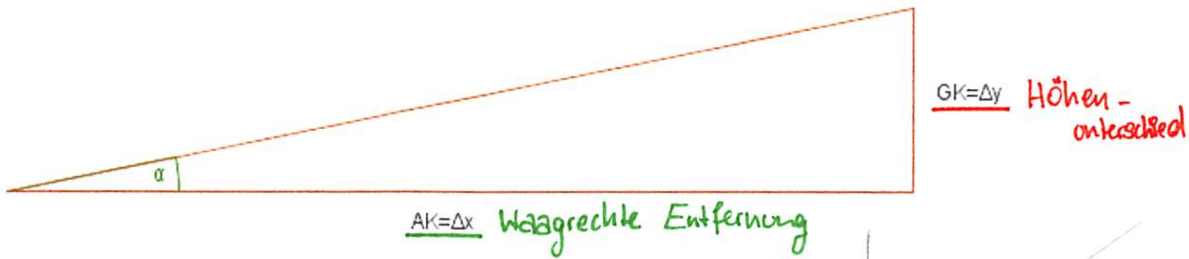
β Tiefenwinkel:
von der Horizontalen aus
nach unten gemessen hier: β
Person schaut von D nach A.

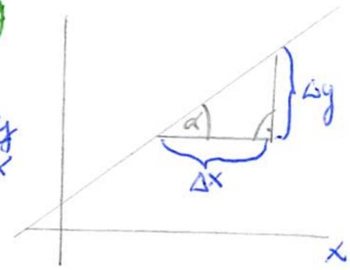


γ Sehwinkel:
Ein Objekt erstreckt sich von B nach C.
Person schaut von A auf das Objekt.
Die Schenkel b entsprechen beiden Sehstrahlen.
Der Winkel γ ist der Sehwinkel.



4. Steigung und Gefälle





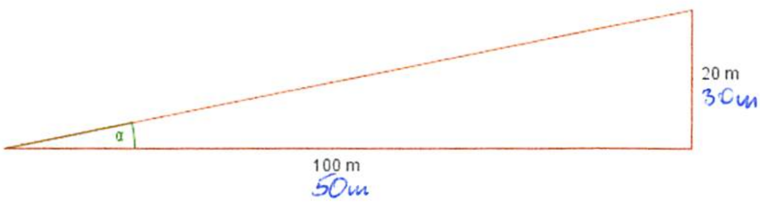
$$\text{Steigung} = \frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{waagrechte Entfernung}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{GK}{AK} = \tan\alpha = k$$

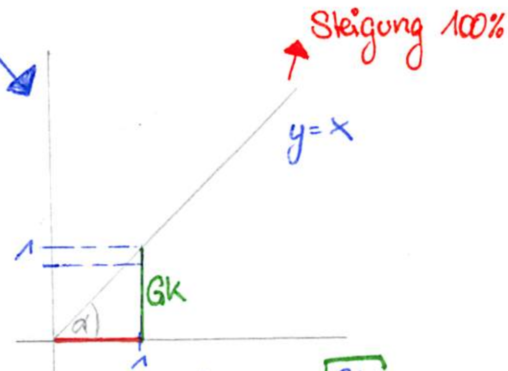
Steigung $= \tan\alpha = \frac{Gk}{AK} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Steigung in Prozent = Steigung · 100=k ·100
↳ wie bei WK

! tan 45° = 1, daher bei 45° eine Steigung von 1=100%

Bsp.: Berechne den Steigungswinkel α





$$\text{Steigung} = \frac{20}{100} = \frac{GK}{AK} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k = \tan\alpha = 0{,}2 = 20\,\%$$

Steigungswinkel $\alpha = \arctan(0{,}2) \approx 11{,}3°$

$\frac{G}{A}$

Steigung $= \frac{30}{50} = \tan\alpha = 0{,}6 = 60\%$

Steigungswinkel $\alpha = \arctan(0{,}6) \approx 30{,}9°$

$\alpha = 45°$

$\tan 45 = \frac{GK}{AK}$

$\tan 45° = \frac{GK}{AK} = \frac{GK}{GK} = \frac{AK}{AK} = 1$

↳ k in % = 100%

Bogenmaß → radian [0; 2π]

Gradmaß → degree [0°; 360°]