FA 6 Sinus- und Cosinusfunktion

1. Zusammenhang zwischen Bogen- und Gradmaß

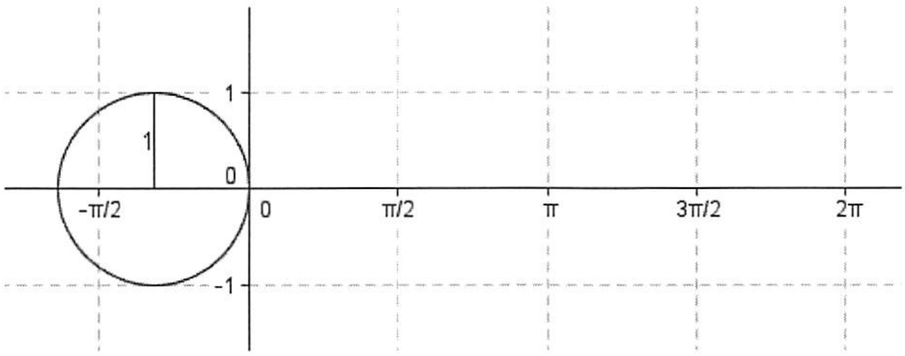
$$\frac{\alpha}{b} = \frac{180°}{\pi}$$

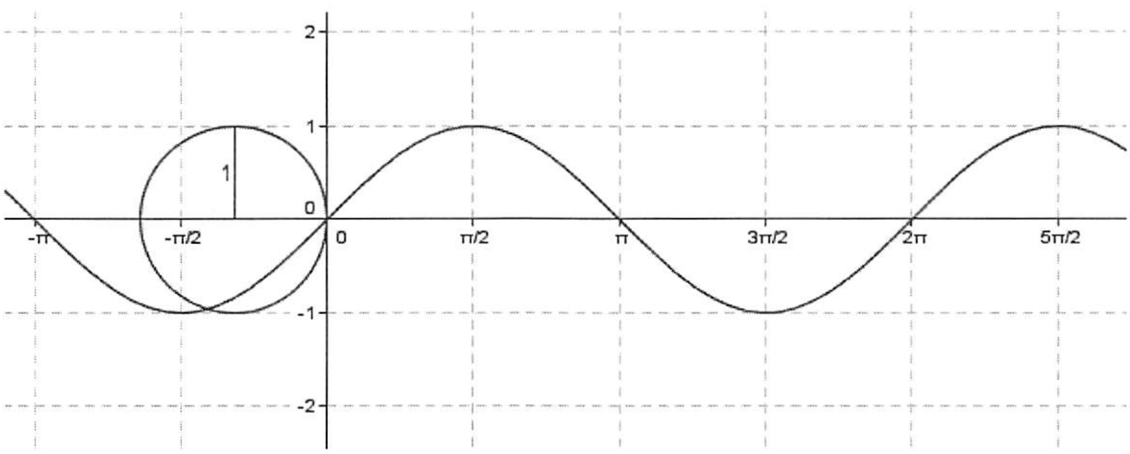
2. Graph und Eigenschaften der Winkelfunktionen

2a. Sinusfunktion $y = \sin(x)$

- $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

- $\mathbb{W} = [-1; 1]$





- periodische Funktion mit Periodenlänge 2π (bedeutet, dass der Sinuswert unverändert bleibt, wenn man zu einem Argument ein ganzzahliges Vielfaches von 2π addiert oder subtrahiert)

Also: $\sin(x \pm k \cdot 2\pi) = \sin(x)$ mit $k \in \mathbb{Z}$

- Nullstellen bei ... $x = -2\pi \leftarrow x = -\pi \leftarrow x = 0 \rightarrow x = \pi \rightarrow x = 2\pi$ ...

nach links in der Mitte anfangen – nach rechts +

Allgemein: $x = k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

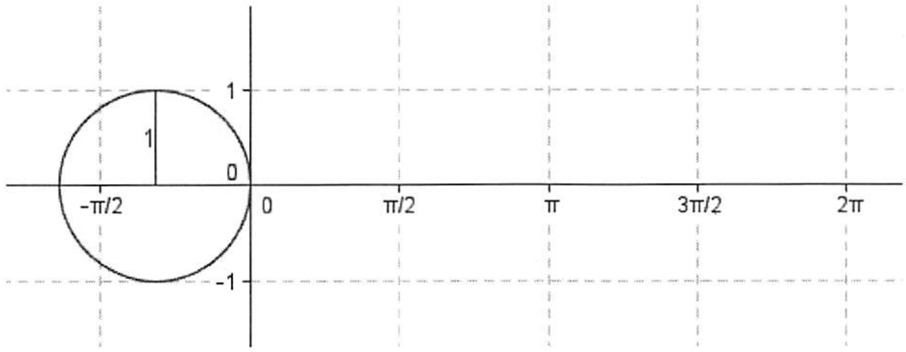
$f(-x) = -f(x) \rightarrow$ sinus $-x = -$ sinus x

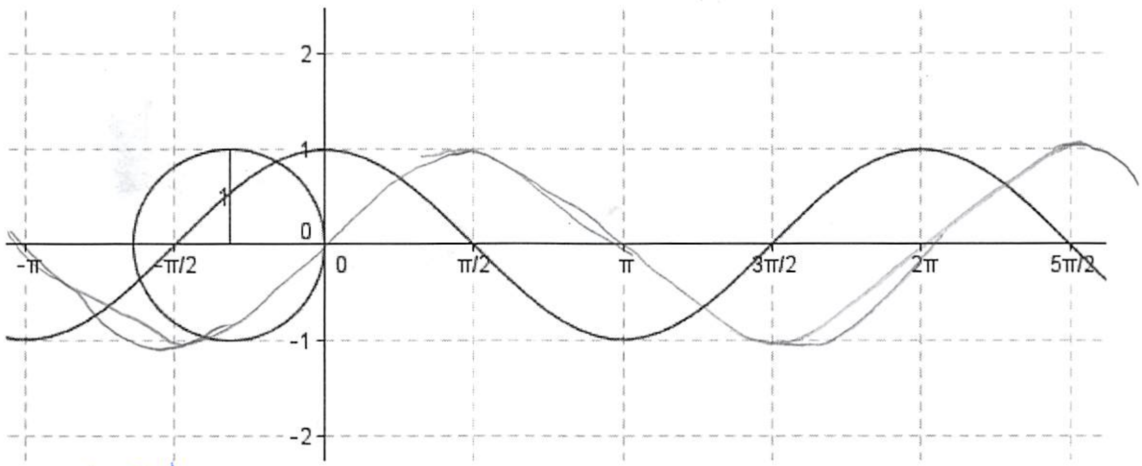
↳ nur bei Punktsymmetrie

2b. Cosinusfunktion $y = \cos(x)$

- $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

- $\mathbb{W} = [-1; 1]$





→ achsen

- periodische Funktion mit Periodenlänge 2π (bedeutet, dass der Cosinuswert unverändert bleibt, wenn man zu einem Argument ein ganzzahliges Vielfaches von 2π addiert oder subtrahiert)

Also: $\cos(x \pm k \cdot 2\pi) = \cos(x)$ mit $k \in \mathbb{Z}$

↳ kleinste Periode

- Nullstellen bei ... $x = -\frac{3}{2}\pi$ ← $x = -\frac{1}{2}\pi$ ← $x = \frac{1}{2}\pi$ → $x = \frac{3}{2}\pi$ ...

Allgemein: $x = (2k + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ mit $k \in \mathbb{Z}$

$f(-x) = f(x) \rightarrow \cos(-x) = \cos(x)$

3. Zusammenhang zwischen Sinus- und Cosinusfunktion

Der Graf der Sinusfunktion ist gegenüber der Cosinusfunktion auf der x-Achse um $+\frac{\pi}{2}$ verschoben.

$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$ $\cos x + \frac{3}{2}\pi = \sin x$

Verschiebt man die Sinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ nach links erhält man die Cosinusfunktion
Verschiebt man die Cosinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts erhält man die Sinusfunktion

4. Allgemeine Sinusfunktionen $f(x) = a \cdot \sin(bx)$

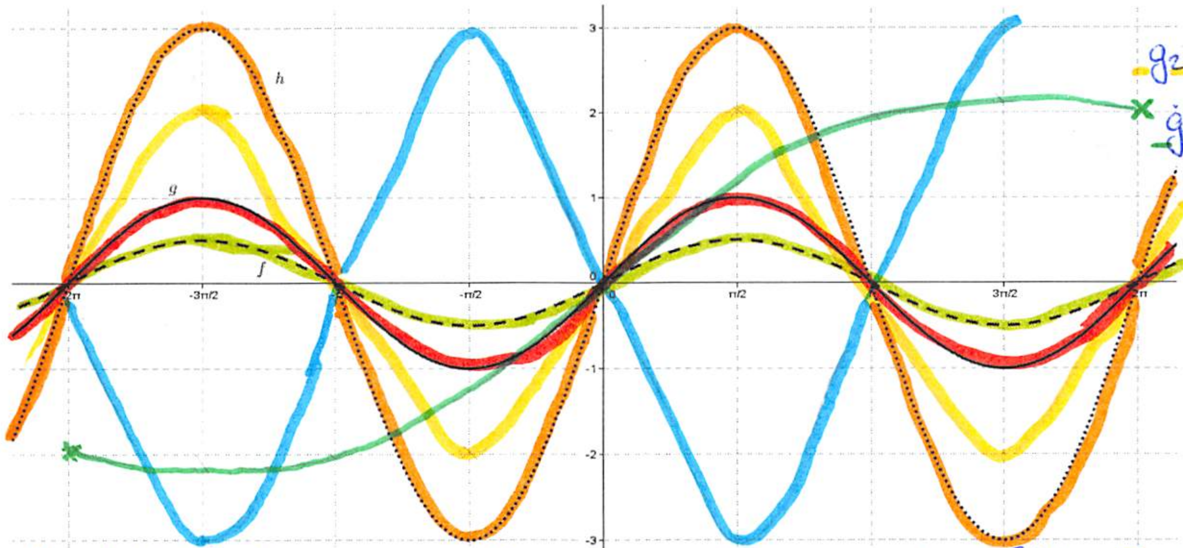
a... Amplitude → Streckung/Stauchung y-Achse
b... Frequenz → Streckung/Stauchung x-Achse
hier: b = 1

4a. Funktion $f(x) = a \cdot \sin(x)$

f(x)=0,5 sin(x) g(x)=sin(x) h(x)=3 sin(x) i(x) = −3·sin(x)

$g_2 = f(x) = 2 \cdot \sin(x)$

$g_3 = f(x) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x)$



h entsteht indem man g entlang der y-Achse um den Faktor 3 streckt
f entsteht indem man g entlang der y-Achse um den Faktor 0,5 staucht

Die Anzahl der Schwingungen im Intervall $[0;2\pi]$ bleibt gleich, d.h. die Periode bleibt gleich. → Funktionswerte halbiert

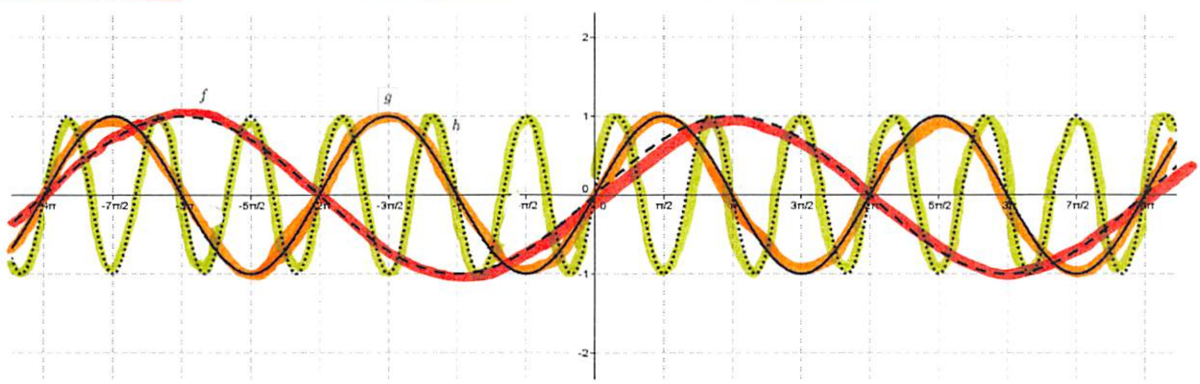
Ist a>1 wird der Graph entlang der y-Achse gestreckt.

Ist 0<a<1, dann wird der Graph entlang der y-Achse gestaucht.

Ist a negativ, dann wird der Graph an der x-Achse gespiegelt.

4b. Funktion $f(x) = \sin(bx)$

f(x)=sin(0,5x) g(x)=sin(x) h(x)=sin(3x)



Der Parameter b gibt die Anzahl der Schwingungen im Intervall $[0;2\pi]$ an, d.h. die Periode verändert sich und kann mit der Formel $\frac{2\pi}{b}$ berechnet werden.

Ist b>1, wird der Graph entlang der x-Achse mit dem Faktor 1/b gestaucht

Ist 0<b<1 dann wird der Graph entlang der x-Achse mit dem Faktor 1/b gestreckt.

g_2 erhält man indem man g_1 entlang der y-Achse um den Faktor 2 streckt
g_3 entsteht wenn man g_2 entlang der x-Achse um den Faktor 4 streckt (Kehrwert bilden)

$g(x) = f(x+c)$ → Verschiebung um c nach links

$g(x) = f(x-c)$ → ——— " ——— nach rechts

$c=2$ $\quad$ $c=\frac{1}{2}$

$g(x) = c \cdot f(x)$ → Streckung / Stauchung entlang der y-Achse

$c=\frac{1}{2}$ $\quad$ $c=2$

$g(x) = f(cx)$ → Streckung / Stauchung entlang der x-Achse