AG 4.2 Definitionen von Sinus, Cosinus für Winkel größer als 90 kennen und einsetzen können.

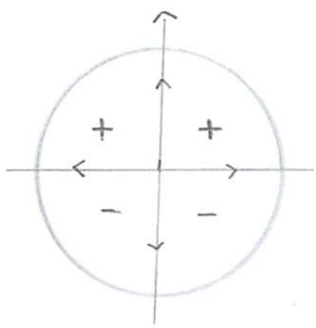
1. Der Einheitskreis

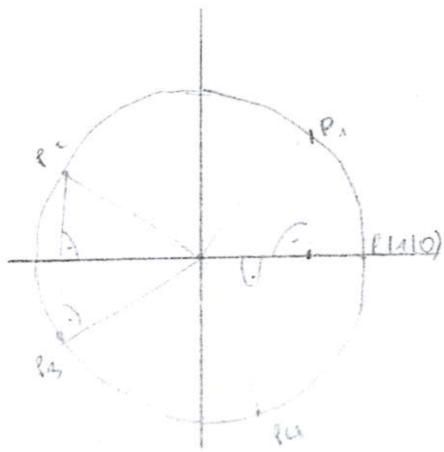
Der Einheitskreis ist ein Kreis mit dem Radius 1.
Der Mittelpunkt des Kreises liegt im Ursprung.
Zu jedem Punkt auf der Kreislinie lässt sich im Einheitskreis ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse = Radius 1 und den Koordinatenstrecken $x=\cos\alpha$ und $y=\sin\alpha$ als Katheten angeben.
Jeder Punkt auf dem Einheitskreis hat die Koordinaten $(\cos\alpha \mid \sin\alpha)$

2. Messung von Strecken im Einheitskreis:

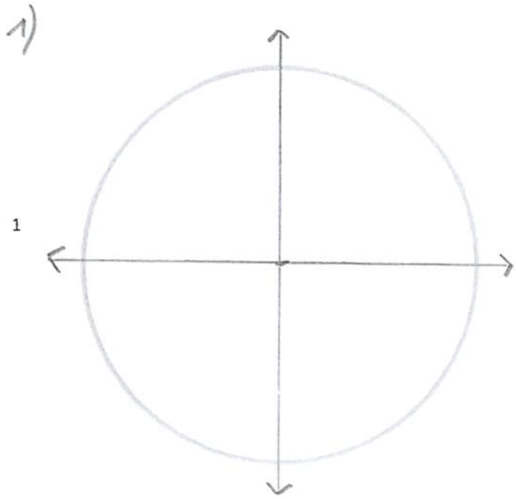
Strecken nach oben sind positiv.
Strecken nach unten sind negativ.
Strecken nach rechts sind positiv.
Strecken nach links sind negativ

2)



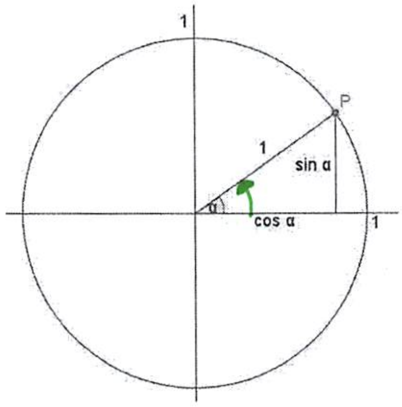


1)

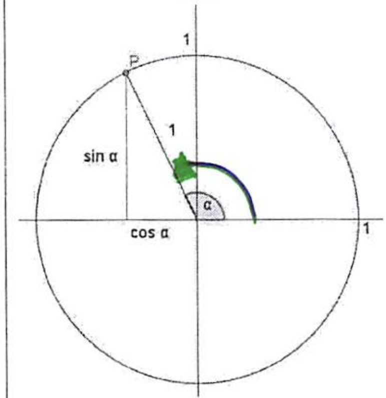


3. Sinus und Cosinus im Einheitskreis $\alpha \in [0°; 360°]$

$0° < \alpha < 90°$
$\sin\alpha > 0$
$\cos\alpha > 0$

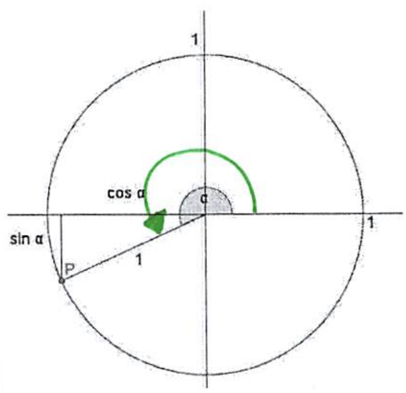


$90° < \alpha < 180°$
$\sin\alpha > 0$
$\cos\alpha < 0$

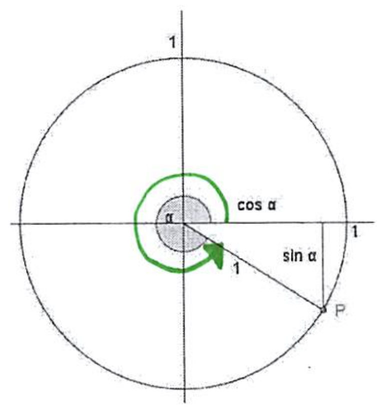


immer gegen Uhrzeigersinn messen
↓
im Uhrzeigersinn = $-\alpha$

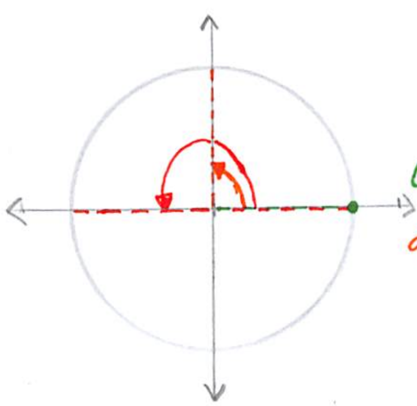
$180° < \alpha < 270°$
$\sin\alpha < 0$
$\cos\alpha < 0$



$270° < \alpha < 360°$
$\sin\alpha < 0$
$\cos\alpha > 0$



1) $\alpha = 0° = 360°$ $\sin\alpha = 0$ $\cos\alpha = 1$	3) $\alpha = 90°$ $\sin\alpha = 1$ $\cos\alpha = 0$
2) $\alpha = 180°$ $\sin\alpha = 0$ $\cos\alpha = -1$	4) $\alpha = 270°$ $\sin\alpha = -1$ $\cos\alpha = 0$

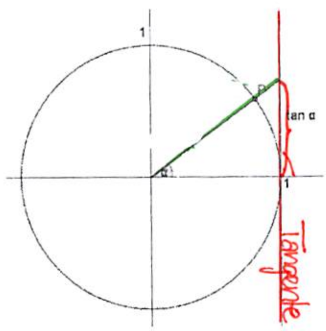
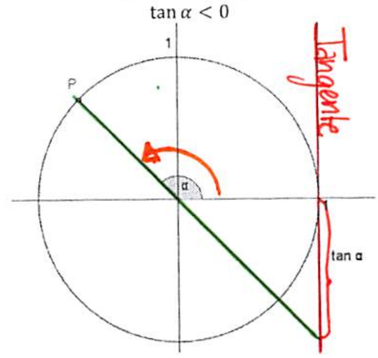
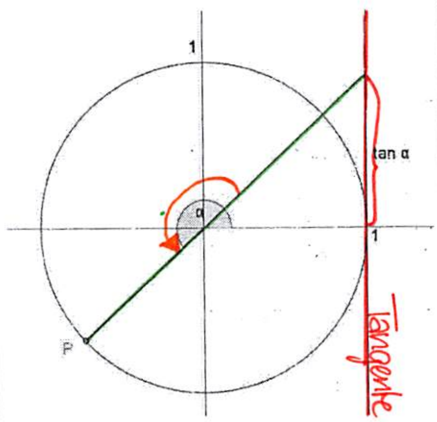
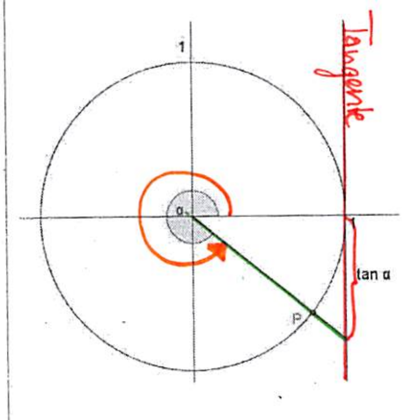


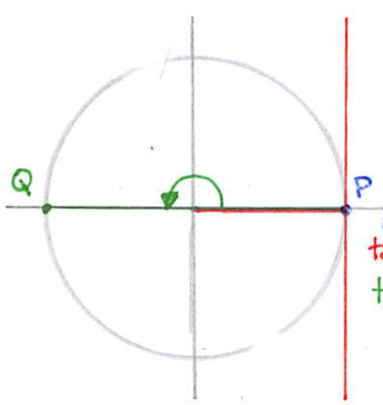
$0° = 360°$ $\sin 0° = 0 = \sin 360°$
$\cos 0° = 1 = \cos 360°$

$\alpha = 90°$ $\sin 90° = 1$
$\cos 90° = 0$

4. Tangens im Einheitskreis $\alpha \in [0°; 360°] \setminus \{90°, 270°\}$

Im Punkt (1|0) wird eine Tangente gelegt die normal auf der x-Achse steht.
Um den Tangenswert zu erhalten wird von dem entsprechenden Punkt P die Hypotenuse verlängert bis die Tangente geschnitten wird. Die Länge der Strecke vom Schnittpunkt zum Punkt (1|0) ist der Tangenswert.

$0° < \alpha < 90°$ $\tan \alpha > 0$ 	$90° < \alpha < 180°$ $\tan \alpha < 0$ 
$180° < \alpha < 270°$ $\tan \alpha > 0$ 	$270° < \alpha < 360°$ $\tan \alpha < 0$ 
$\alpha = 0° = 360°$ $\tan \alpha = 0°$	$\alpha = 90°$ $\tan \alpha$ *undefiniert*
$\alpha = 180°$ $\tan \alpha = 0°$	$\alpha = 270°$ $\tan \alpha$ *undefiniert*

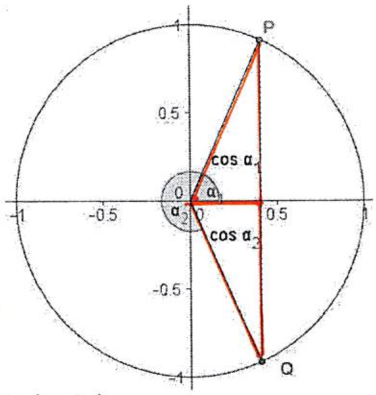


$0° = 360°$
$\tan 0° = \tan 360° = 0$
$\tan 180° = 0$

5. Winkel graphisch und rechnerisch ermitteln:

$\cos\alpha = 0{,}4$

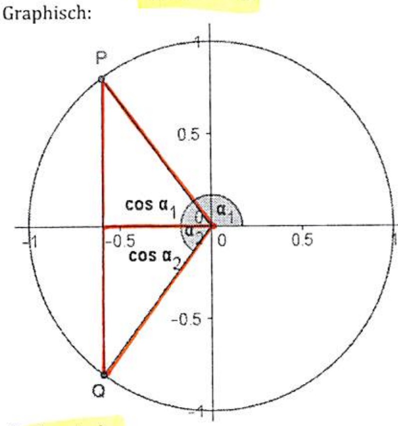
Graphisch:



Rechnerisch:
$\arccos(0{,}4) = \alpha_1$ $\alpha_1 \approx 66{,}4°$
$\alpha_2 = 360° - 66{,}4° = 293{,}6°$

$\cos\alpha = -0{,}6$

Graphisch:

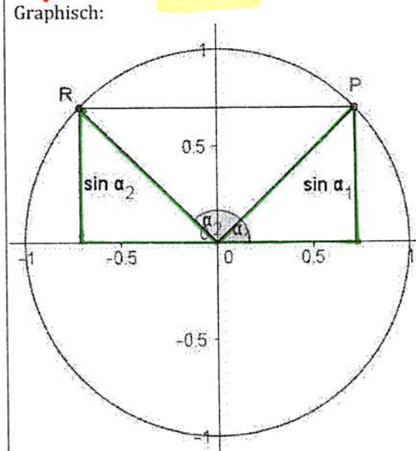


Rechnerisch:
$\arccos(-0{,}6) = \alpha_1$ $\alpha_1 \approx 126{,}9°$
$\alpha_2 = 360° - 126{,}9° = 233{,}1°$

degree!

$\sin\alpha = 0{,}7$

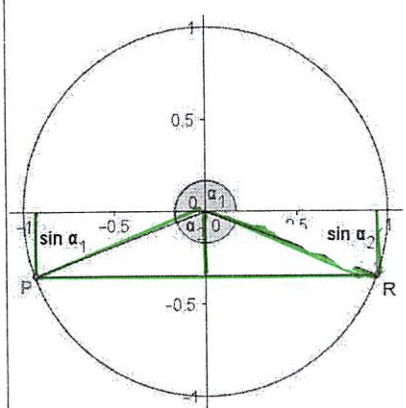
Graphisch:



Rechnerisch:
$\arcsin(0{,}7) = \alpha_1$ $\alpha_1 \approx 44{,}4°$
$\alpha_2 = 180° - 44{,}4° = 135{,}6°$

$\sin\alpha = -0{,}35$

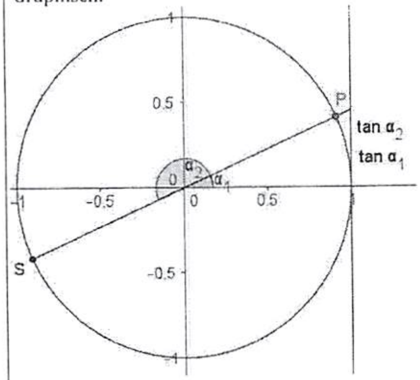
Graphisch:



Rechnerisch:
$\arcsin(-0{,}35) \approx -20{,}5°$
$\alpha_1 = 180° + 20{,}5° = 200{,}5°$
$\alpha_2 = 360° - 20{,}5° = 339{,}5°$

$\tan\alpha = 0{,}45$

Graphisch:



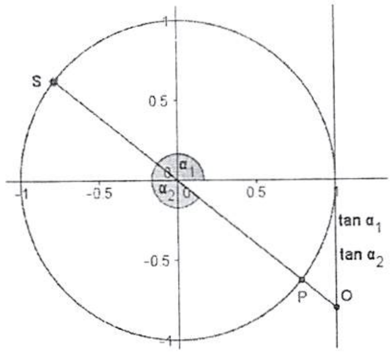
Rechnerisch:

$\arctan(0{,}45) = \alpha_1$ $\alpha_1 \approx 24{,}2°$

$\alpha_2 = 180° + 24{,}2° = 204{,}2°$

$\tan\alpha = -0{,}8$

Graphisch:



Rechnerisch:

$\arctan(-0{,}8) \approx -38{,}7°$

$\alpha_1 = 180° - 38{,}7° = 141{,}3°$

$\alpha_2 = 360° - 38{,}7° = 321{,}3°$

6. Trigonometrische Grundbeziehungen

a) Aufgrund der Ähnlichkeit von Dreiecken gilt $\tan\alpha : 1 = \sin\alpha : \cos\alpha$

Also: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

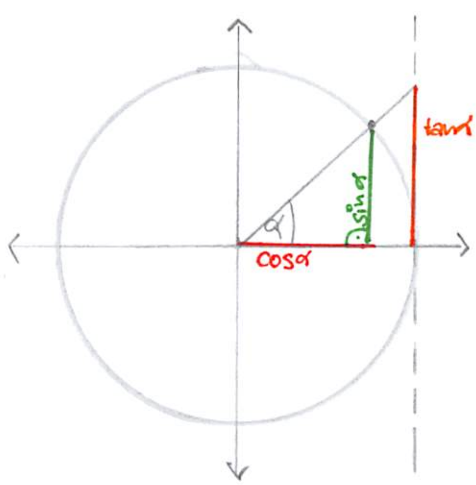
b) Im rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras:

Radius 1	=	Hypotenuse
$\sin\alpha$	=	Kathete
$\cos\alpha$	=	Kathete

Also: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

7. Reduktionsformeln

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$	$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$	$\sin(90° + \alpha) = \cos\alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$	$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$	$\cos(90° + \alpha) = -\sin\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$	$\tan(180° - \alpha) = -\tan\alpha$	$\tan(90° + \alpha) = -\frac{1}{\tan\alpha}$



$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\tan\alpha}{1}$